GEOMETRÍA EUCLIDIANA
EJERCICIO RESUELTO - CIRCUNFERENCIA
Docente: Fredy Mercado
Versión 1: 23 de abril de 2015

Se tiene un $\triangle ABC$ inscrito en una C(O,r). Se trazan las bisectrices de los ángulos A y B, que se intersectan en I y que encuentran a la circunferencia en D y F. Demostrar que $\overline{DI} \cong \overline{DB}$.

Hipótesis:
$\triangle ABC$ inscrito en C(O,r).
$\overline{BF}$ y $\overline{AD}$ bisectrices de $\hat{A}$ y $\hat{B}$.
$\overline{AD} \cap \overline{BF} = I$
$\overline{BF} \cap C(O,r) = F$
$\overline{AD} \cap C(O,r) = D$

Tesis:
$DI = DB$.

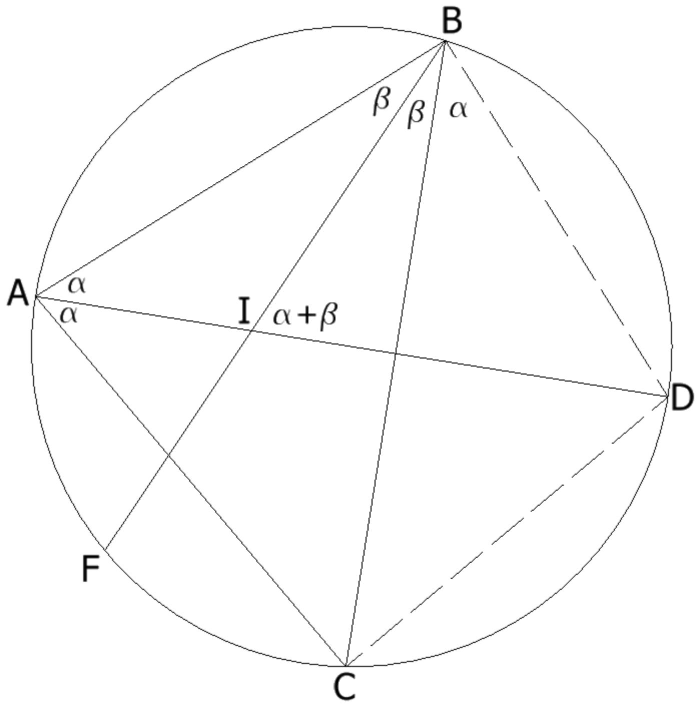

Figura 1:

DEMOSTRACIÓN

Proposición	**Razón**
1. Trazo $\overline{DB}$ y $\overline{DC}$.	Por construcción.
2. $m(B\hat{A}D) = m(D\hat{A}C) = \alpha$	Por Hipótesis (AD es bisectriz ang. A).
3. $m(A\hat{B}F) = m(F\hat{B}C) = \beta$	Por Hipótesis (BF es bisectriz de ang. B).
4. $m(D\hat{A}C) = \alpha = \frac{1}{2}m(\overset{\frown}{\mathrm{DC}})$	Por Teorema del ángulo inscrito (un ángulo inscrito mide la mitad del arco comprendido entre sus lados, ver documento guía).
5. $m(C\hat{B}D) = \frac{1}{2}m(\overset{\frown}{\mathrm{DC}})$	Por misma razón de 4.
6. $m(D\hat{A}C) = m(C\hat{B}D) = \alpha$	Por transitividad entre 4 y 5.
7. $m(B\hat{I}D) = \alpha + \beta$	Por Teorema del ángulo exterior de un triángulo (es igual a la suma de los ángulos interiores no adyacentes). El triángulo es el $\triangle$ ABI.
8. $m(F\hat{B}D) = m(C\hat{B}D) + m(F\hat{B}C)$	Por suma de ángulos.
9. $m(F\hat{B}D) = \alpha + \beta$	Por sustitución de 6 y 3 en 8.
10. $m(F\hat{B}D) = m(B\hat{I}D)$	Por transitividad entre 7 y 9.
11. $\triangle BID$ es isósceles con base $\overline{BI}$	Por propiedad del triángulo isósceles (Teorema: un triángulo es isósceles si y solo si tiene dos ángulos congruentes). De 10.
12. $DI = DB$	De 11. (L. q. q. d).