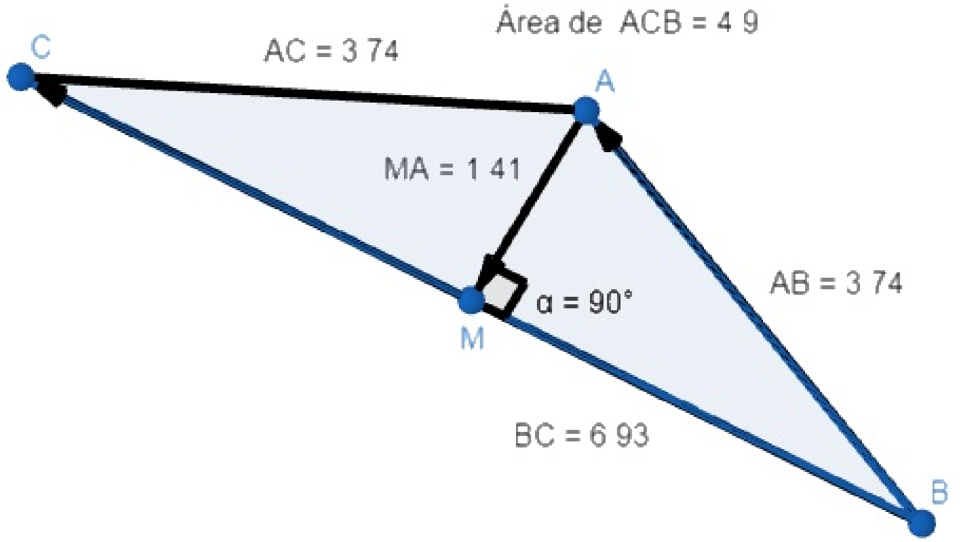
Se tiene el triángulo ΔABC con vértices A(4,2,0), B(3,4,-3) y C(7,0,1).
Empleando procedimientos vectoriales:



a) Demostrar que el triángulo es isósceles.
b) Demostrar que la mediana relativa a la base es también perpendicular a ella.
c) Hallar el área del triángulo.

a) $\vec{AB} = \vec{B} - \vec{A} = (3,4,-3) - (4,2,0) = (-1, 2, -3)$.

$\vec{AC} = \vec{C} - \vec{A} = (7,0,1) - (4,2,0) = (3, -2, 1)$.

$\vec{BC} = \vec{C} - \vec{B} = (7,0,1) - (3,4,-3) = (4, -4, 4)$.

$$\|\vec{AB}\| = \sqrt{(-1)^2 + (2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{1+4+9} = \sqrt{14} = 3.74$$

$$\|\vec{AC}\| = \sqrt{3^2 + (-2)^2 + (1)^2} = \sqrt{9+4+1} = \sqrt{14} = 3.74$$

$$\|\vec{BC}\| = \sqrt{4^2 + (-4)^2 + (4)^2} = \sqrt{16+16+16} = \sqrt{3 \times 16} = 4\sqrt{3} = 6.92$$

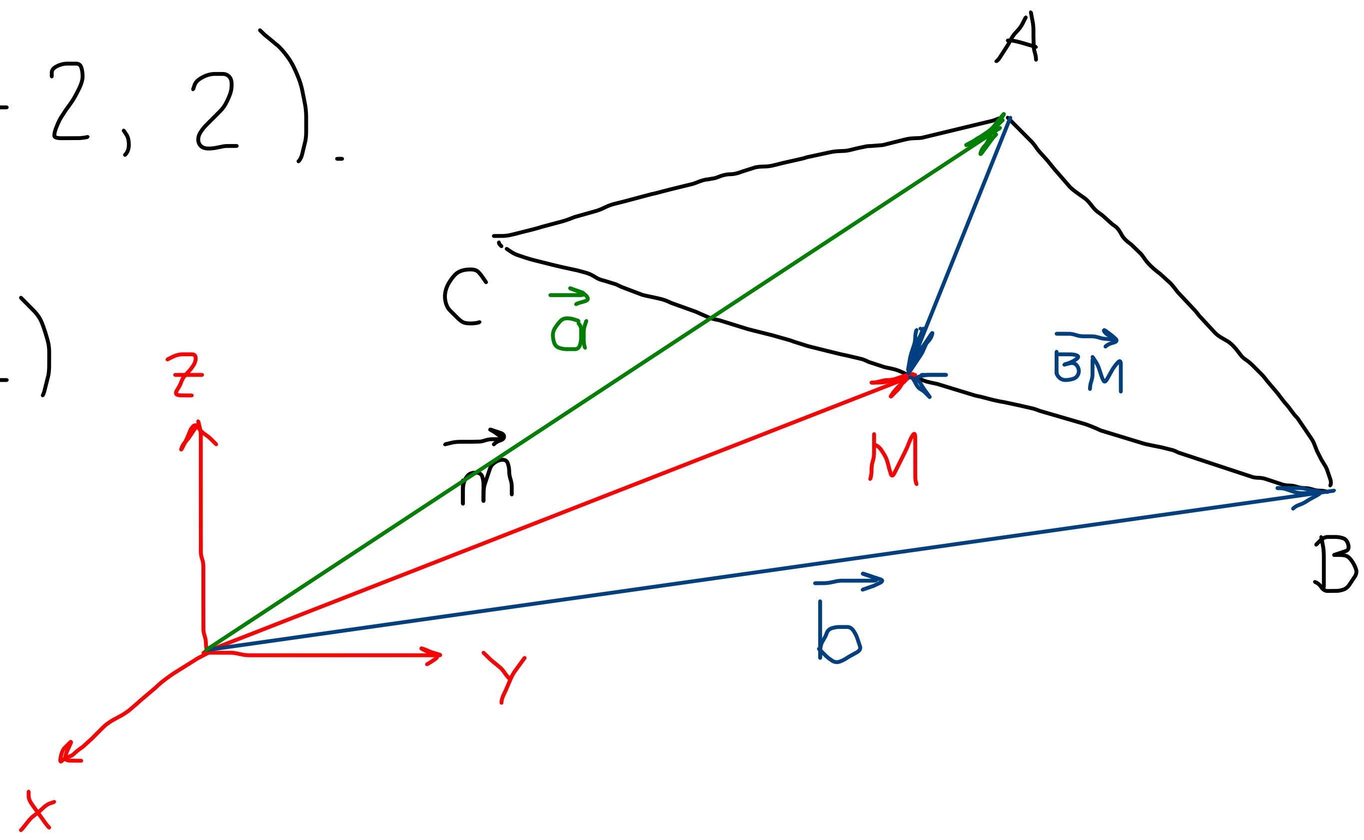
b) $\vec{BM} = \frac{1}{2}\vec{BC} = \frac{1}{2}(4,-4,4) = (2,-2,2).$

$\vec{m} = \vec{b} + \vec{BM} = (3,4,-3)+(2,-2,2)$

$\vec{m} = (5,2,-1).$

$\vec{AM} = \vec{m} - \vec{a} = (5,2,-1)-(4,2,0)$

$\vec{AM} = (1,0,-1).$



$\vec{AM} \cdot \vec{BC} = (1,0,-1)\cdot(4,-4,4) = 4+0+(-4) = 0.$ Son ortogonales.

c) $A(\Delta ABC) = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} = \frac{\|\vec{BC}\|\|\vec{AM}\|}{2} = \frac{4\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\cancel{2}} = 2\sqrt{6} = 4{,}9.$

$\|\vec{AM}\| = \sqrt{1+0+1} = \sqrt{2}.$