

Ejercicio 3 | Geometría Analítica

Calcular el valor de b para que las rectas r y s se corten.
Hallar dicho punto de corte.

$$r: \frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{-3} = \frac{z+1}{2} \quad s: \frac{x}{4} = y-b = \frac{z-1}{2}$$

Para r : $x = 1 + 2t$ (1)
 $y = -5 - 3t$ (2)
 $z = -1 + 2t$ (3)

Para s : $x = 0 + 4p$ (4)
 $y = b + 1p$ (5)
 $z = 1 + 2p$ (6)

Igualamos: (1) = (4), (2) = (5), (3) = (6).

$$1 + 2t = 4p \quad (7)$$

$$-5 - 3t = b + p \quad (8)$$

$$-1 + 2t = 1 + 2p \quad (9)$$

Resolvemos para los parámetros t y p :

Despejo t de (7): $t = \frac{-1 + 4p}{2}$ (10)

Reemplazo (10) en (9):

$$-1 + 2\left(\frac{-1 + 4p}{2}\right) = 1 + 2p$$

Se obtiene $p = \frac{3}{2}$ (11)

Al sustituir (11) en (7) se obtiene t :

$$1 + 2t = 4\left(\frac{3}{2}\right)$$

$$t = \frac{5}{2} \quad (12)$$

Sustituye p (11) y t (12) en (8):

$$-5 - 3\left(\frac{5}{2}\right) = b + \left(\frac{3}{2}\right), \text{ luego:}$$

$$b = -14$$

De (11) y (14) en (4), (5) y (6):

$$x = 4\left(\frac{3}{2}\right) = 6$$

$$y = (-14) + \left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{25}{2}$$

$$z = 1 + 2\left(\frac{3}{2}\right) = 4.$$

El punto de corte es $P(6, -25/2, 4)$.