Ejercicio 15 | Geometría vectorial

Sean $\vec{V} = (3,1,0)$ y $\vec{W} = (2,2,0)$.

Encontrar las cordenadas de un vector $\vec{U}$ de $\mathbb{R}^3$ que cumpla simultáneamente las dos condiciones siguientes.

a) $\vec{U} \perp \vec{W}$.

b) $\text{Proy}_{\vec{V}} \vec{U} = -2\vec{V}$

Hallar $\vec{U}$.

a) Para $\vec{U} \perp \vec{W} \rightarrow \vec{U} \cdot \vec{W} = 0. = \begin{bmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} = 0 = \boxed{2U_x + 2U_y \quad (1).}$

b) $\left(\dfrac{\vec{V} \cdot \vec{U}}{\vec{V} \cdot \vec{V}} \right) \vec{V} = -2 \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} (*) \rightarrow \vec{V} \cdot \vec{U} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \end{bmatrix} = 3U_x + U_y \quad (2)$

$\vec{V} \cdot \vec{V} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = 9 + 1 = 10. \quad (3)$

(2) y (3) en (*): $\left(\dfrac{3U_x + U_y}{10} \right) \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{3}{10}(3U_x + U_y) \\ \frac{1}{10}(3U_x + U_y) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$

De (4) $\boxed{9U_x + 3U_y = -60} \quad (5)$

$\boxed{3U_x + U_y = -20} \quad (6)$

De (1) $\boxed{U_x + U_y = 0} \quad (1)$

De (5) y (6) $\rightarrow$ Son la misma.

De (6) y (1) $\rightarrow \underbrace{U_x = -U_y}_{(7)}. \rightarrow$ (7) en (6): $3(-U_y) + U_y = -20.$

$-3U_y + U_y = -20.$

$-2U_y = -20.$

$\boxed{U_y = 10.} \quad (8)$

(8) en (7): $\boxed{U_x = -10.}$

Vector $\vec{U} = \begin{bmatrix} -10 \\ 10 \\ 0 \end{bmatrix}$

thefinitelement.com