

Geometría analítica - Ej. 16

Hallar la ecuación del plano que pasa por el punto de intersección de la recta,

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1} \quad (1)$$

con el plano $\pi: x - 2y + 5z + 1 = 0$, y es paralelo a las rectas,

$$s: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{2} = z+1 \quad y \quad w: x = y - 2 = \frac{z+4}{-2}.$$

De (1): despejamos x, y, z :

$$x = 1 + 2t \quad (1)$$

$$y = 0 + 2t \quad (2)$$

$$z = 1 - t \quad (3)$$

Sustituimos (1), (2), (3) en la ec. del plano π :

$$x - 2y + 5z + 1 = 0$$

$$(1 + 2t) - 2(2t) + 5(1 - t) + 1 = 0$$

Resolvemos para t :

$$\boxed{t = 1} \quad (4)$$

Sustituimos (4) en (1), (2) y (3):

$$\left. \begin{array}{l} x = 3 \\ y = 2 \\ z = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{El punto de intersección} \\ \text{es } P(3, 2, 0). \end{array}$$

De las rectas s y w obtenemos dos vectores directores:

$$\vec{d}_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad y \quad \vec{d}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Hallamos un vector normal al plano que contiene a $\vec{d}_1$ y $\vec{d}_2$.

$$\vec{d}_1 \times \vec{d}_2 = \begin{bmatrix} -5 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix} = \vec{n}$$

Hallamos la ec. del plano como:

$$\vec{n} \cdot \vec{x} = \vec{n} \cdot \vec{p}$$

$$\begin{bmatrix} -5 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$-5x - y - 3z = -15 - 2$$

$$\boxed{-5x - y - 3z = -17}$$