

Ejercicio 23 | Geometría euclidiana | Paralelismo

Desde un punto P sobre la base $\overline{BC}$ de un triángulo isósceles ABC se traza una perpendicular PMN a dicha base tal que $B-A-N$ y $C-M-A$. Se traza la altura AD . Demostrar que $PM + PN = 2AD$.

H: $\triangle ABC$ isosc. b. $\overline{BC}$

$P \in \overline{BC}$.

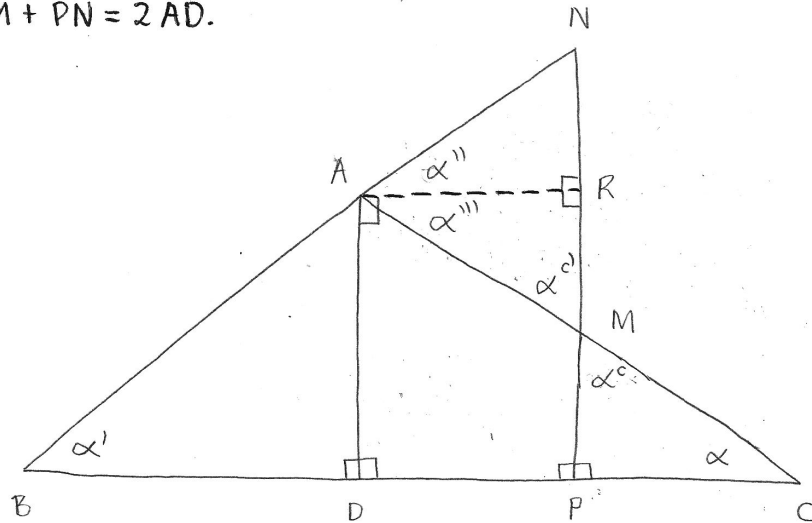
$\overline{PN} \perp \overline{BC}$.

$B-A-N$

$C-M-A$.

$\overline{AD}$ altura.

T: $PM + PN = 2AD$.



1. H Por H.

2. $PN = PM + MN$ Suma s.

3. $PM + PN = PM + (PM + MN)$ Sust. ② en ③.

4. $PM + PN = 2PM + MN$.

5. Trazo $\overline{AR} \perp \overline{PN}$. Const. aux.

6. $\overline{PN} \perp \overline{BC}$ Por H.

7. $\overline{BC} \parallel \overline{DP}$ Son coincidentes

8. $\overline{DP} \perp \overline{PN}$ De ⑥ y ⑦. Crit. $\perp$ 'dad.

Si dos rec. son $\parallel$'s toda $\perp$ a una es $\perp$ a la otra.

1er crit. $\parallel$ smo. ⑧ y ⑤.

9. $\overline{AR} \parallel \overline{DP}$

10. $\overline{AR} \perp \overline{DA}$

11. $AD = RP$

12. $\alpha = \alpha'$

13. $\alpha' = \alpha''$

14. $\alpha^c = \alpha^c = 90^\circ - \alpha$

15. $\alpha''' = 90^\circ - \alpha^c$

16. $\alpha''' = 90^\circ - (90^\circ - \alpha) = \alpha$

17. $\alpha'' = \alpha'''$

18. $\triangle ARN \cong \triangle ARM$

19. $RM = RN$

20. $MN = MR + RN$

21. $MN = MR + MR = 2MR$ Sust. 19 y 20.

22. $PM + PN = 2PM + 2MR$ 21 en 4.

23. $2AD = 2PR$ De 11. Prop. R.

24. $PR = PM + MR$. Suma s.

25. $2AD = 2PM + 2MR$. 24 en 23.

26. $PM + PN = 2AD$. Trans. 22 y 25.

De ⑨ y por H $\rightarrow \overline{AD}$ altura. Razón de ⑧

Teorema dist. entre $\parallel$'s. De ⑨.

$\triangle ABC$ isosc. Por H. Prop. $\triangle$ isosc.

Corresp. entre $\parallel$'s. De ⑨.

$\triangle MPC$ rect. Defin. Por ⑥. Op. vértice.

Suma ang. int. $\triangle ARM$ rect. De ⑤.

Sust. 14 en 15. Prop. R.

Transit. 12, 13 y 16.

ALA. 17, 5, $AR = AR$.

LsHS. ⑱.

Suma s.